Conjuntos fuzzy e aplicações

Bruno de Paula Kinoshita[1], Daniel Hayashi Nakaya[1]

[1]Faculdade de Computação e Informática – Universidade Presbiteriana Mackenzie
Rua da Consolação, 930 – 01302-907 – São Paulo – SP – Brasil.

brunodepaulak@yahoo.com.br, dnakaya@gpnet.com.br

Abstract. *This paper shows examples of fuzzy logic applications. For acknowledgement of fuzzy logic's concept, are presented the introductory concepts, properties and basic operations between fuzzy sets (union, intersection, complement and exponentiation).*

Resumo. *Este artigo demonstra exemplos da lógica fuzzy. Para entendimento do conceito da lógica fuzzy, são apresentados os conceitos introdutórios, propriedades e operações básicas entre conjuntos fuzzy (união, interseção, complemento e potenciação).*

1. Introdução

Aristóteles foi o primeiro a formalizar uma definição da lógica com os seus estudos sobre o pensamento humano. Passados os anos, novas contribuições foram realizadas para o campo da lógica. Entre essas contribuições, há a lógica multivalorada, um conceito que termina com a dicotomia da lógica convencional.

A lógica multivalorada permite atribuir valores diferentes de 0 e 1 para dizer quanto um elemento pertence ou não a certo conjunto. Normalmente os valores são compreendidos entre 0 e 1.

Em 1965 os conceitos da lógica fuzzy surgiram, e têm sido estendidos até os dias atuais, sendo empregados em muitos países, mas principalmente no Japão desde o final da década de 80. A lógica fuzzy utiliza conjuntos fuzzy para realizar operações entre eles e obter informações a respeito de dados incertos ou imprecisos.

Este artigo está dividido em cinco capítulos. No segundo capítulo são discutidos os conjuntos fuzzy, seus conceitos introdutórios, propriedades e operações. No terceiro capítulo são detalhadas algumas aplicações que utilizam a lógica fuzzy, uma comercial e outra acadêmica. Os últimos capítulos encerram esta pesquisa com conclusão e bibliografia.

2. Conjuntos fuzzy

Os conceitos dos conjuntos fuzzy foram criados inicialmente pelo Professor Lofti Asker Zadeh e estendidos posteriormente por outros pesquisadores. Consistem em classes de objetos com graus de pertinência contínuos [Zadeh, 1965].

Os conjuntos fuzzy permitem distinguir classes de objetivos sem limites claros, facilitando lidar com dados incertos ou imprecisos. Surgiram exatamente da necessidade de encontrar os limites entre elementos de diferentes conjuntos.

Para definir quanto um elemento pertence a um conjunto, utiliza-se a função de pertinência (FP). A FP é uma função que associa um ponto no conjunto X a um número real, normalmente compreendido entre o intervalo [0, 1] [Zadeh, 1965].

Um conjunto fuzzy pode ser definido por diversas FPs, não existindo uma única capaz de delimitar o conjunto fuzzy [Gomide e Pedrycz, 1998].

Assim, um conjunto A de papéis toalha macias, pode possuir diversas FPs. Uma FP definiria quanto cada elemento do conjunto (um papel toalha) é macio baseado na sua absorção, outro definiria a maciez baseado em experiências e outro utilizaria uma média baseada na opinião de especialistas.

A figura 1 demonstra um exemplo de funções de pertinência para temperaturas. Nem todos concordarão com as divisões feitas entre as categorias do exemplo. Porém todos concordarão que há uma temperatura considerada muito gelada, e outra absolutamente quente. As temperaturas intermediárias formam a temperatura morna [Banks e Hayward, 2002].

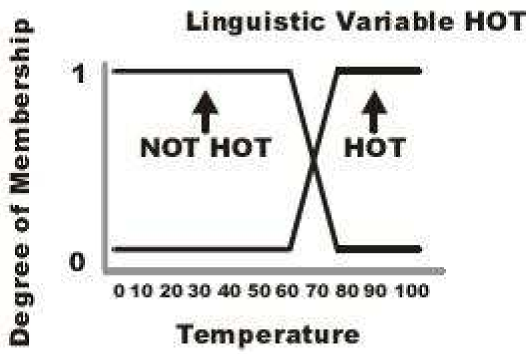

Figura 1. Funções de pertinência para temperatura [Banks e Hayward, 2002].

A seguir serão apresentadas algumas propriedades e operações dos conjuntos fuzzy.

2.1 Propriedades dos conjuntos fuzzy

Assim como os conjuntos matemáticos convencionais, os conjuntos fuzzy possuem algumas características que os definem. Dentre as propriedades básicas se pode listar: a) comutatividade, b) associatividade, c) idempotência e d) distributividade.

Cada propriedade listada é apresentada a seguir, os exemplos e conceitos foram retirados de [Gomide e Pedrycz, 1998].

2.1.1 Comutatividade

Define que não importa a ordem dos fatores, o produto será sempre o mesmo. Ou seja, os termos podem mudar de posição, não afetando o resultado final.

Exemplo:

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

2.2.2 Associatividade

A associatividade é válida para operações binárias, isto é, que envolvem dois termos. Geralmente esses termos são separados por parênteses. Quando a associatividade é válida, podemos alterar a forma como os elementos são agrupados, sem alterar o resultado.

Exemplo:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup) B \cup C = A \cup B \cup C$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap) B \cap C = A \cap B \cap C$$

2.2.3 Idempotência

Idempotência é uma propriedade que caracteriza operações que levam sempre ao mesmo resultado, não importando se é feito apenas uma vez ou várias.

Exemplo:

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

2.2.4 Distributividade

A distributividade, assim como associatividade, envolve operações binárias. Mas na distributividade, um elemento atômico é distribuído entre os elementos da operação – geralmente separada por parênteses.

Exemplo:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

2.2 Operações com conjuntos fuzzy

Além das propriedades comuns aos conjuntos, há também as operações entre conjuntos, que permitem realizar união, interseção, complemento, entre outras operações.

Neste artigo serão apresentadas quatro operações básicas: a) união, b) interseção, c) complemento e d) potenciação [Klir e Yuan, 1995; O'Hagan, 1993]. Para demonstrar melhor são utilizadas imagens das operações entre dois conjuntos fuzzy (A e B), representados nas imagens abaixo.

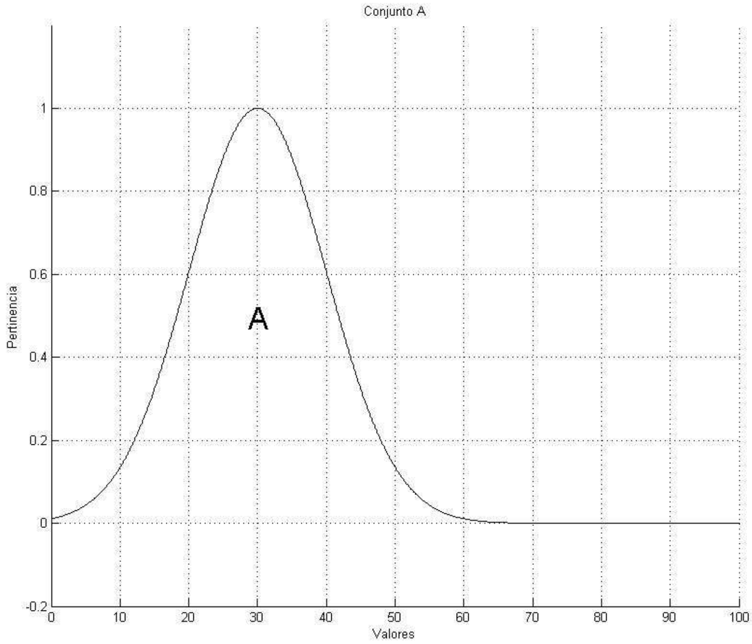

Figura 2. Conjunto A.

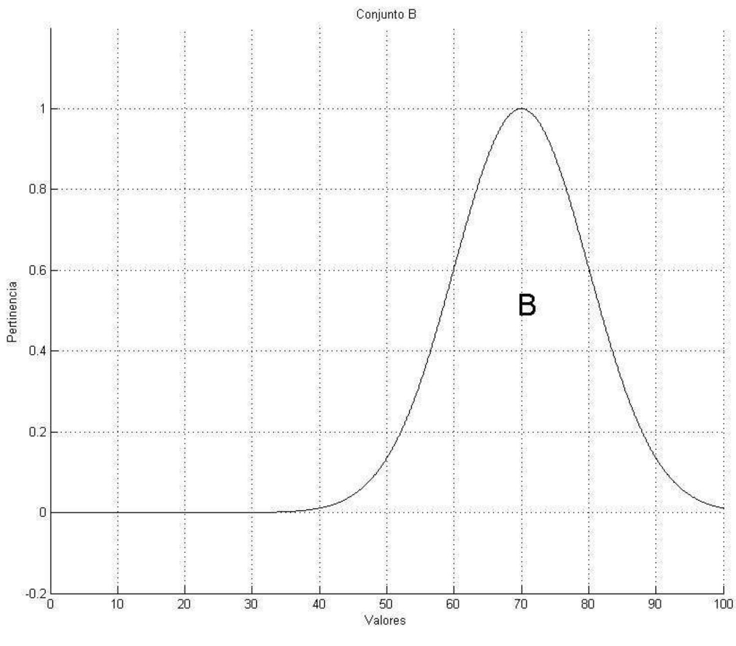

Figura 3. Conjunto B.

2.2.1 Interseção

A interseção de dois conjuntos A e B resulta no conjunto C que possui “todos os elementos pertencentes a A e B simultaneamente” [Ribacionka, 1999], e equivale à operação booleana E, e representa a operação “MIN” (mínimo) sobre os valores de pertinência do conjunto A e B [O’Hagan, 1993]. Em símbolos:

$$A \cap B = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Assim como na união, é fácil mostrar que a interseção de A e B é o conjunto fuzzy mais abrangente que é contido em ambos A e B.

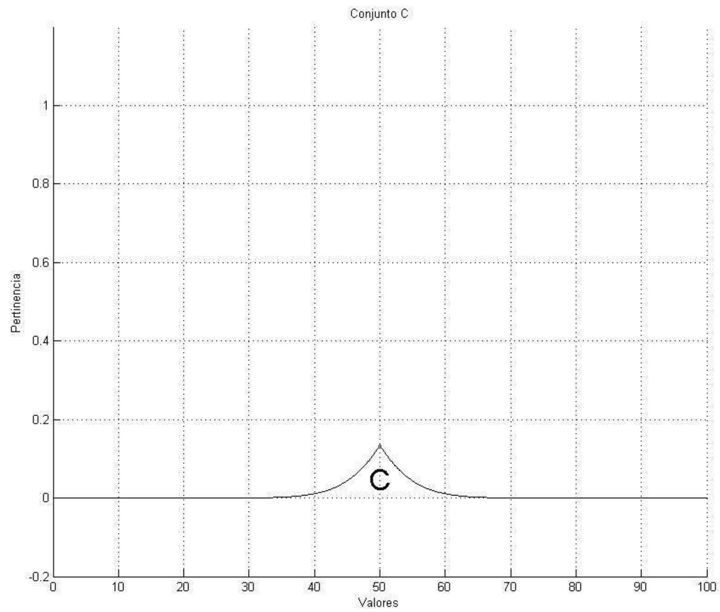

Figura 4. Interseção dos conjuntos A e B, resultando no conjunto C.

2.2.2 União

A união de dois conjuntos A e B é o "conjunto que contém todos os elementos pertencentes ao conjunto A ou ao conjunto B" [Ribacionka, 1999].

$$A \cup B = C$$

Nos conjuntos fuzzy, a operação de união entre os conjuntos A e B, é o conjunto C, com os "valores de pertinência que são o equivalente ao resultado de "MAX" (ou máximo) dos valores componentes" [O'Hagan, 1993].

$$A \cup B = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

A operação de união dos conjuntos é equivalente à operação OU da lógica booleana [O'Hagan, 1993].

Segundo Zadeh (1965), a união dos dois conjuntos A e B, é "o menor conjunto fuzzy contendo ambos A e B" ou então, "se D for um conjunto que contém ambos A e B, então ele também contém a união de A e B". A união traz o "melhor possível de todos os mundos" [O'Hagan, 1993].

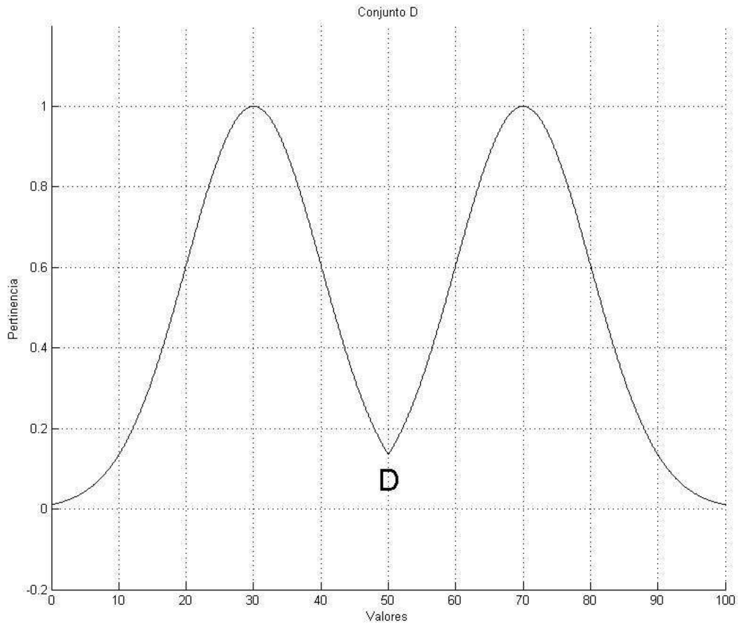

Figura 5. União dos conjuntos A e B, resultando no conjunto D.

2.2.3 Complemento

Ribacionka (1999) mostra que o complemento de um conjunto A é "composto por todos os elementos do conjunto universo X que não pertencem a A". Ou seja:

$$A' = \{x \mid x \in X \text{ e } x \neq A\}.$$

Nos conjuntos fuzzy o complemento é definido por $f_{A'} = 1 - f_A$ [Zadeh, 1965]. Se o conjunto fuzzy A representasse a classe dos "homens altos", o seu complemento A' seria o conjunto fuzzy dos homens baixos [O'Hagan, 1993].

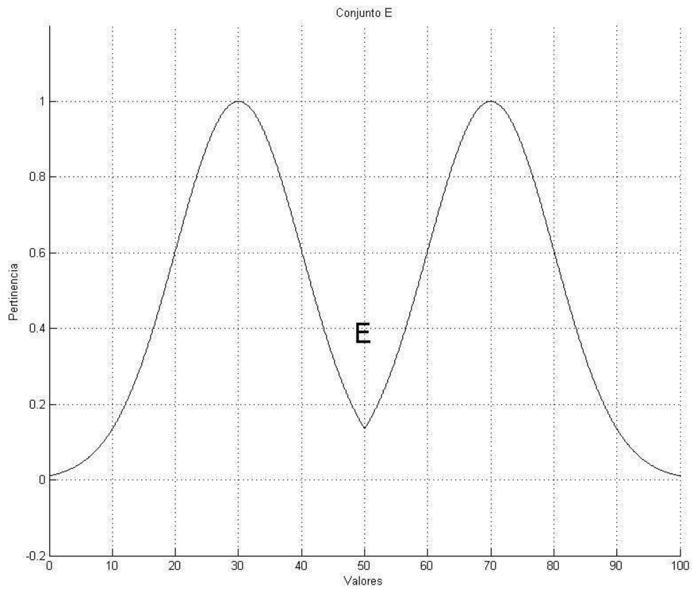

Figura 6. Complemento dos conjuntos A e B, resultando no conjunto E.

2.2.4 Potenciação

A potenciação permite “mapear quantificadores da linguagem em quantificadores de medida” [O’Hagan, 1993]. Assim podemos representar termos como “muito apropriado” ou “pouco apropriado” utilizando concentradores e dilatadores respectivamente.

Sendo A um conjunto fuzzy e α um valor escalar maior que zero, o conjunto fuzzy resultado da operação de potenciação A^{α} será o conjunto F. Os valores de pertinência de cada elemento de E, serão os respectivos valores em A, elevados à potência escalar α .

$$A^{\alpha} = F$$

$$\forall_{x \in A} \mu_F(x) = [\mu_A(x)]^{\alpha}$$

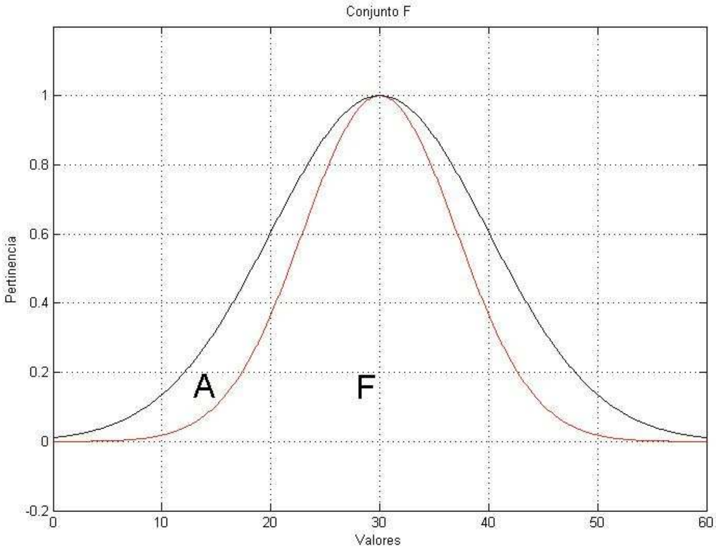

Figura 7. Potenciação do conjunto A, resultando no conjunto F.

3. Exemplos de aplicações de lógica fuzzy

Desde sua criação até os tempos atuais a lógica fuzzy vem sendo aplicada para diversos fins como automóveis, fotografia, sistemas de controle, sistemas de apoio à decisão (SAD), entre outros. Além das diferentes áreas de aplicação, a lógica fuzzy também vem sendo combinada com outros conceitos, como redes neurais e algoritmos genéticos.

A seguir serão listadas duas aplicações da lógica fuzzy, o metrô de Sendai no Japão, realizado pela Hitachi e um estudo de Mamdani e Pappis sobre um controlador fuzzy de semáforos.

3.1 Metrô de Sendai

A maior aplicação comercial utilizando lógica fuzzy é o metrô de Sendai, no Japão [McNeill e Thro, 1994]. Desde 1987, início do funcionamento do metrô, a lógica fuzzy auxilia o metrô a continuar funcionando corretamente, brecando, acelerando, parando precisamente nas estações, sem perder nenhum passageiro (Rachel, 2006).

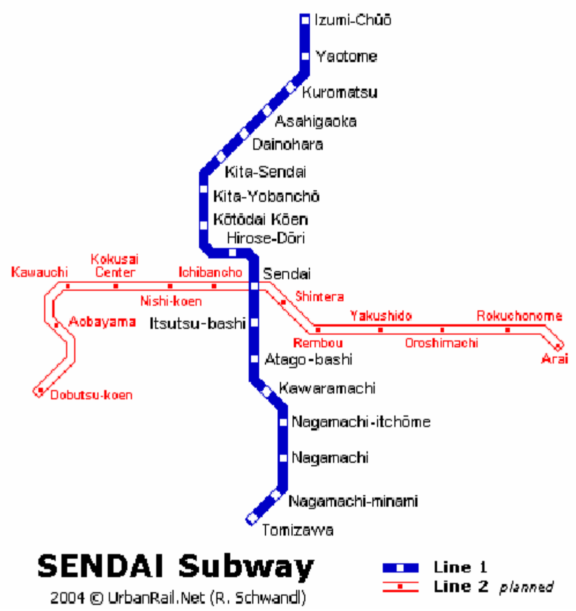

Figura 8. Metrô de Sendai [Rachel, 2006].

A aplicação da lógica fuzzy resultou em uma performance superior à humana e aos controladores convencionais permitindo uma viagem mais suave para os passageiros em todos os tipos de terrenos e condições externas [Rao, 1995].

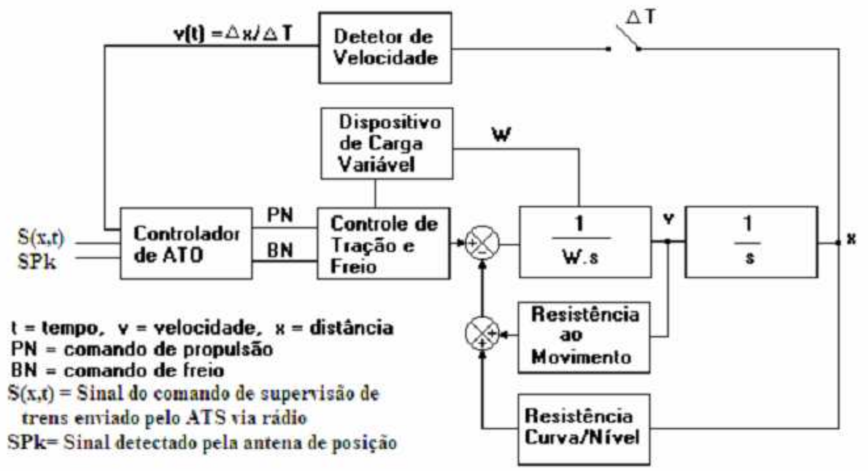

Figura 9. Diagrama de blocos do controlador fuzzy de trens do metrô de Sendai [Rachel, 2006].

3.2 Controle fuzzy de semáforos de Mamdani e Pappis

Gomide e Pedrycz (1998) enumeram diversos casos da utilização da lógica fuzzy em aplicações. Um desses casos é o controle fuzzy de semáforos, desenvolvido por Mamdani e Papis em 1977.

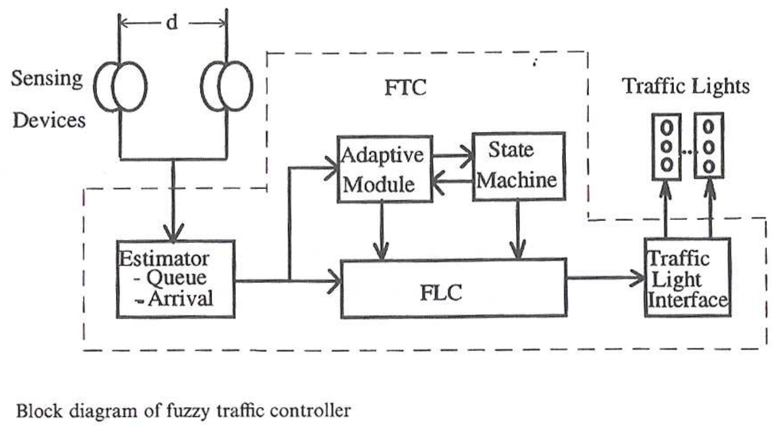

Figura 10. Diagrama de blocos do controlador fuzzy de semáforos [Gomide e Pedrycz, 1998].

A lógica fuzzy é empregada para a otimização do tempo que o semáforo fica nos estados verde ou vermelho, com base no número de carros (fila de veículos), distância do próximo veículo e velocidade. Tais dados são recebidos de sensores adaptados ao semáforo.

Outro tópico interessante do trabalho de Mamdani e Pappis (1977) bem comentado por Gomide e Pedrycz (1998) é o desenvolvimento de um sistema de controle de tráfico distribuído.

Um semáforo não pode levar em conta apenas a fila de carros que está controlando, é necessário que ele considere como está o semáforo da outra interseção [Gomide e Pedrycz, 1998].

O trabalho de pesquisa realizado pelo controlador mostra uma forma de otimizar semáforos e, conseqüentemente, o tráfico de veículos, utilizando a lógica fuzzy para a montagem de redes de semáforos.

4. Conclusão

Este artigo apresentou aplicações da lógica fuzzy, assim como alguns conceitos introdutórios ao seu estudo, como sua definição, propriedades e as operações básicas entre conjuntos fuzzy. Dentre as aplicações existentes, destaca-se o controlador utilizado no metrô de Sendai, Japão, onde a eficiência da lógica fuzzy é testada diversas vezes no decorrer de um dia.

A aplicação da lógica fuzzy não elimina a incerteza completamente, porém é uma das técnicas existentes para ambientes ambíguos. Possui métodos formais para a comprovação da sua utilidade além das aplicações listadas como exemplo nessa pesquisa, que possibilitam verificar a viabilidade do seu uso em meios tanto acadêmicos como profissionais.

5. Referências

Banks, Walter e Hayward, Gordon (2002) “Fuzzy logic: in embedded microcomputers and control systems”, Byte Craft Limited.

Gomide, Fernando e Pedrycz, Witold (1998) “An introduction to fuzzy sets”, The MIT Press.

Klir, George e Yuan, Bo (1995) “Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications”, Prentice Hall PTR.

Mamdani, E. e Pappis, C. (1977) “A fuzzy logic controller for a traffic intersection”, IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics 22 (6):1414-24.

McNeill, F. Martin e Thro, Ellen (1994) “Fuzzy logic: a pratical approach”, Morgan Kaufmann Pub.

O’Hagan, Michael (1993) “A fuzzy decision maker”, Harcourt Brance & Cia.

Rachel, Flávio M. (2006) “Proposta de um controlador automático de trens utilizando lógica nebulosa preditiva”, (Mestrado em Engenharia), Universidade de São Paulo, Brasil.

Rao, Valluru B. (1995) “C++ Neural networks and fuzzy logic”, M&T Books.

Ribacionka, Francisco (1999) “Sistemas computacionais baseados em lógica fuzzy”, (Mestrado em Engenharia Elétrica), Universidade Presbiteriana Mackenzie, Brasil.

Zadeh, Lofti A. (1965) “Fuzzy sets”, Information and control, 8.